

12. Gruppenübung zur Einführung in die Mathematik

G34: Überlegen Sie sich, dass die Aussage des Mittelwertsatzes für differenzierbare Funktionen $f : (\alpha, \beta) \rightarrow \mathbb{C}$ im Allgemeinen nicht gilt.

Hinweis: Betrachten Sie $f(t) := e^{it}$ für $t \in (0, 2\pi)$.

G35: Die Umkehrfunktion $\operatorname{arsinh} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ von $\sinh|_{\mathbb{R}}$ heißt Areasinus hyperbolicus. Zeigen Sie: Für $t \in \mathbb{R}$ gilt

a) $\operatorname{arsinh}'(t) = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$.

b) $\operatorname{arsinh}(t) = \ln(t + \sqrt{1+t^2})$.

G36: Die Funktion $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} x^x, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}.$$

Untersuchen Sie f auf Stetigkeit, Monotonie und Extremstellen.