

### 1. Gruppenübung zur Einführung in die Mathematik

G1: Es seien  $X, Y$  Mengen und  $f : X \rightarrow Y$ . Beweisen Sie: Es gilt  $f(A_1 \cap A_2) = f(A_1) \cap f(A_2)$  für alle  $A_1, A_2 \subset X$  genau dann, wenn  $f$  injektiv ist.

G2: Es seien  $X, Y$  Mengen und  $f : X \rightarrow Y, g : Y \rightarrow X$  so, dass  $g \circ f = \text{id}_X$ . Zeigen Sie:  $f$  ist injektiv und  $g$  ist surjektiv. Sind  $f$  und  $g$  auch stets bijektiv?

G3: Untersuchen Sie, welche der folgenden Tripel Monoide bzw. Gruppen sind.

a)  $(2\mathbb{Z}, +, 0)$ .

b)  $(2\mathbb{N}_0, +, 0)$ .

c)  $(\mathbb{P} \cup \{1\}, \cdot, 1)$ , wobei  $\mathbb{P}$  die Menge der Primzahlen bezeichnet.