

**9. Hausübung zur Analysis einer und mehrerer Veränderlicher**

Abgabe: Bis Mittwoch, 23.06.2021, 12.00 Uhr, in Stud.IP, Ordner „Abgabe 9. Hausübung“

H25: Es seien  $(X, d)$  ein metrischer Raum und  $M \subset X$ . Zeigen Sie:

- a) Ist  $M$  kompakt, so ist  $M$  abgeschlossen.
- b) Ist  $X$  kompakt und  $M$  abgeschlossen, so ist  $M$  kompakt.

H26: Es seien  $(X, d)$  und  $(Y, d_Y)$  metrische Räume und  $f : X \rightarrow Y$ . Beweisen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- a)  $f$  ist stetig.
- b) Für alle in  $Y$  abgeschlossenen Mengen  $B$  ist  $f^{-1}(B)$  abgeschlossen in  $X$ .
- c) Für alle in  $Y$  offenen Mengen  $V$  ist  $f^{-1}(V)$  offen in  $X$ .<sup>1</sup>

H27: Zeigen Sie:

- a)  $\Gamma(1/2) = 2 \int_0^\infty e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$ .
- b) Für  $n \in \mathbb{N}_0$  ist  $\Gamma(n + 1/2) = \sqrt{\pi} 4^{-n} (2n)! / n!$ .

---

<sup>1</sup>Verwenden Sie, dass  $f^{-1}(M^c) = (f^{-1}(M))^c$  für  $M \subset Y$  gilt.