J. Müller

SoS 2021
09.06.2021

8. Hausübung zur Analysis einer und mehrerer Veränderlicher

Abgabe: Bis Mittwoch, 16.06.2021, 12.00 Uhr, in Stud.IP, Ordner „Abgabe 8. Hausübung“

H22: a) Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Homogenität:

(i) $f(x,y) := \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ für $(x,y) \in (\mathbb{R}^2)^*$.

(ii) (Cobb-Douglas-Funktion)

$P(x) := c \cdot \prod_{k=1}^{d} x_k^{\alpha_k}$ für $x = (x_1, \ldots, x_d) \in (0,\infty)^d$, wobei $c, \alpha_1, \ldots, \alpha_d > 0$.

b) (partielle Elastizitäten) Zeigen Sie: Für $x \in (0,\infty)^d$ und $k = 1, \ldots, d$ ist

$$x_k \partial_k P(x)/P(x) = \alpha_k.$$

H23: Für $A \in \mathbb{R}^{d\times d}$ sei $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = x^\top Ax$. Berechnen Sie $\nabla f(x)$ und $\partial_{\mathbf{v}} f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}^d$ und alle Richtungen $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^d$.

Hinweis: Beispiel 3.6.2

H24: Es seien E ein Hilbertraum, $c \in E$ und die (lineare) Abbildung $\varphi : E \to \mathbb{K}$ definiert durch

$$\varphi x := \langle x, c\rangle \qquad (x \in E).$$

Zeigen Sie, dass φ lokal beschränkt ist mit $\|\varphi\| = |c|$.