

1. Hausübung zur Analysis einer und mehrerer Veränderlicher

Abgabe: Bis Mittwoch, 21.04.2021, 12.00 Uhr, in Stud.IP, Ordner „Abgabe 1. Hausübung“

H1: Zeigen Sie:

- a) Durch $d(x, y) := |\arctan(y) - \arctan(x)|$ für $x, y \in \mathbb{R}$ ist eine Metrik auf \mathbb{R} definiert.
- b) Die Folge $(n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist eine divergente Cauchyfolge in (\mathbb{R}, d) .

H2: Es sei (X, d) ein metrischer Raum. Finden Sie die *umgekehrte Dreiecksungleichung* in (X, d) und beweisen Sie deren Gültigkeit.

H3: Es seien (X, d) ein metrischer Raum, $M \subset X$ nichtleer und $x \in X$. Dann nennt man

$$\text{dist}(x, M) := \inf\{d(x, y) : y \in M\}$$

den Abstand von x und M . Zeigen Sie: Es gilt $\text{dist}(x, M) = 0$ genau dann, wenn $x \in M \cup M'$.