J. Müller

SoS 2021
17.05.2021

6. Gruppenübung zur Analysis einer und mehrerer Veränderlicher

G16: Überlegen Sie sich, dass die folgenden Funktionen $f : I \to \mathbb{R}$ integrierbar sind und berechnen Sie die uneigentlichen Integrale:

a) $I = \mathbb{R}$ und $f(t) = 1/(1+t^2)$ für $t \in \mathbb{R}$,

b) $I = [1, \infty)$ und $f(t) = \ln(t)/t^2$ für $t \geq 1$.

G17: (uneigentliche Substitution) Es seien I ein Intervall, $a := \inf I$, $b := \sup I$ und $\gamma : I \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar und monoton. Zeigen Sie: Ist $f \in C(\gamma(I))$ integrierbar auf $\gamma(I)$, so ist $(f \circ \gamma)\gamma'$ integrierbar auf I und mit $c := \inf \gamma(I)$, $d := \sup \gamma(I)$ gilt

$$\int_{a^+}^{b^-} (f \circ \gamma)\gamma' = \begin{cases} \displaystyle\int_{c^+}^{d^-} f, & \text{falls } \gamma \text{ wachsend ist,} \\ \displaystyle -\int_{c^+}^{d^-} f, & \text{falls } \gamma \text{ fallend ist.} \end{cases}$$

G18: Es sei $\alpha > 1$. Zeigen Sie, dass die Reihe $\displaystyle\sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{1}{\nu \ln^{\alpha}(\nu)}$ konvergiert.