

11. Gruppenübung zur Analysis einer und mehrerer Veränderlicher

G31: Bestimmen Sie die Extremstellen von $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 5x + 4y \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

G32: Bestimmen Sie $Hf(0, 0)$ und die Extremstellen der folgenden Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

- (i) $f(x, y) = x^2 + y^4$,
- (ii) $f(x, y) = x^2 + y^3$,
- (iii) $f(x, y) = x^2$.

G33: (Babylonisches Wurzelziehen revisited) Es seien $c > 0$, $M := [\sqrt{c}, \infty)$ und $\varphi : M \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$\varphi(x) := \frac{1}{2} \left(x + \frac{c}{x} \right) \quad (x \geq \sqrt{c}).$$

Zeigen Sie: (φ^n) konvergiert auf M gegen \sqrt{c} mit

$$|\sqrt{c} - \varphi^n(x)| \leq |\varphi(x) - x|/2^{n-1} \quad (x \geq \sqrt{c}).$$

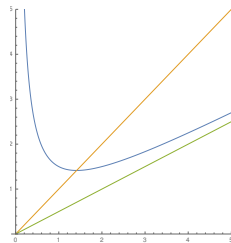


Abbildung 1: φ für $c = \sqrt{2}$ und Geraden $x \mapsto x$, $x \mapsto x/2$.