

10. Gruppenübung zur Analysis einer und mehrerer Veränderlicher

G28: Es sei $f : \mathbb{R} \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) = y^x \quad (x \in \mathbb{R}, y > 0).$$

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von f bis zur 2. Ordnung, Hf und $\partial^\alpha f$ für $|\alpha|_1 = 2$.

G29: Es sei g wie in Bemerkung und Definition 4.8. Zeigen Sie: Für $0 \leq k \leq n + 1$ gilt

$$g^{(k)}(t) = \partial_{\mathbf{v}}^k f(a + t\mathbf{v}) \quad (t \in [0, 1]).$$

G30: Es seien $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$ symmetrisch und invertierbar, $b \in \mathbb{R}^d$, $c \in \mathbb{R}$ und

$$f(x) = x^\top Ax + b^\top x + c \quad (x \in \mathbb{R}^d).$$

Berechnen Sie ∇f , die kritischen Punkte von f und Hf .