

**10. Gruppenübung zur Analysis einer und mehrerer Veränderlicher**

G28: Es sei  $f : \mathbb{R} \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f(x, y) = y^x \quad (x \in \mathbb{R}, y > 0).$$

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von  $f$  bis zur 2. Ordnung,  $Hf$  und  $\partial^\alpha f$  für  $|\alpha|_1 = 2$ .

G29: Es sei  $g$  wie in Bemerkung und Definition 4.8. Zeigen Sie: Für  $0 \leq k \leq n + 1$  gilt

$$g^{(k)}(t) = \partial_{\mathbf{v}}^k f(a + t\mathbf{v}) \quad (t \in [0, 1]).$$

G30: Es seien  $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$  symmetrisch und invertierbar,  $b \in \mathbb{R}^d$ ,  $c \in \mathbb{R}$  und

$$f(x) = x^\top Ax + b^\top x + c \quad (x \in \mathbb{R}^d).$$

Berechnen Sie  $\nabla f$ , die kritischen Punkte von  $f$  und  $Hf$ .