J. Müller

SoSe 2016
25.05.2016

4. Übung zur Vorlesung Dynamische Systeme

Besprechung am Mittwoch, den 01.06.2016

A13: (Gradientensysteme)
Es seien $D \subset \mathbb{R}^d$ offen und $F \in C^2(D, \mathbb{R})$. Zeigen Sie: Ist p ein isoliert liegender Gleichgewichtspunkt von

$$x' = -\nabla F(x)$$

und ein striktes lokales Minimum von F, so ist p asymptotisch stabil.

A14: Zeigen Sie mit Hilfe der Funktion $V(x) = |x|^2/2 = (x_1^2 + x_2^2)/2$ folgende Stabilitätsaussagen für „gestörte" harmonische Oszillatoren:

a) $p = 0$ ist asymptotisch stabil für

$$x' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x - |x|^2 x\,,$$

b) $p = 0$ ist instabil für

$$x' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x + |x|^2 x\,,$$

c) $p = 0$ ist stabil, aber nicht attraktiv für

$$x' = (1 + x_1) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x\,.$$

Wie sehen die Orbits im Fall c) aus?

A15: Diskutieren Sie den Fall $\rho = 1$ des Lorenz-Systems.

Z2: Es seien $D \subset \mathbb{K}^d$ offen und $f \in C(D, \mathbb{K}^d)$. Versuchen Sie zu entscheiden, ob X_∞ stets abgeschlossen in D ist.