J. Müller

SoSe 2016
25.04.2016

2. Übung zur Vorlesung Dynamische Systeme
Besprechung am Mittwoch, den 4. Mai 2016

A5: Es sei (X, d) ein metrischer Raum. Zeigen Sie: Ist X separabel, so hat X eine abzählbare Basis.

A6: Es seien $(\phi_t)_{t \in T}$ ein dynamisches System auf X und $x \in X$. Zeigen Sie: Ist $\gamma^+(x)$ relativ kompakt, so gilt

$$\operatorname{dist}\big(\phi_t(x), \omega(x)\big) \to 0 \qquad (t \to \infty)\,.$$

A7: Es sei (X, d) ein metrischer Raum ohne isolierte Punkte. Zeigen Sie:

a) Ist $A \subset X$ dicht in X und ist $B \subset A$ endlich, so ist $A \setminus B$ dicht in X.

b) Ist (ϕ, X) ein dS und existiert ein $x \in X$ mit dichtem Orbit, so ist $\omega(y) = X$ für alle $y \in \gamma(x)$.

A8: Für $\alpha > 0$ sei $\phi : \mathbb{S} \to \mathbb{S}$ definiert durch

$$\phi(z) = e^{i\alpha} z \qquad (z \in \mathbb{S})$$

(Drehung um Winkel α). Beweisen Sie:

a) Ist $\alpha \in 2\pi\mathbb{Q}$, so ist jedes $z \in \mathbb{S}$ periodisch.

b) Ist $\alpha \notin 2\pi\mathbb{Q}$, so ist $(\phi, \mathbb{S})$ transitiv an ∞.

Z1: (Zusatzaufgabe)

Finden Sie einen Beweis zum Satz von Baire.