J. Müller

SoSe 2016
13.04.2016

1. Übung zur Vorlesung Dynamische Systeme

Besprechung: 20.04.2016

A1: Es seien (X, d) ein metrischer Raum und $(\phi_t)_{t\in T}$ ein kontinuierliches dynamisches System auf X. Dann heißt $(\phi_t)_{t\in T}$ ein **(Halb-)fluss**, falls für alle $t \in \mathbb{R}$ $(t \geq 0)$ und alle $x \in X$

$$\lim_{t\to t_0} \phi_t(x) = \phi_{t_0}(x)$$

gilt. Zeigen Sie: Ist $x \in X$ ein periodischer Punkt, so ist

$$s_0 = \inf\{s > 0 : \phi_s(x) = x\}$$

eine Periode von x (die sogenannte minimale Periode), und $s_0\mathbb{N}$ ist die Menge aller Perioden von x.

A2: Machen Sie sich die Aussagen aus B.1.9 klar.

A3: Für $0 < \mu \leq 4$ sei ϕ die logistische Abbildung auf $[0, 1]$, also $\phi : [0, 1] \to [0, 1]$,

$$\phi(x) = \mu x(1 - x) \qquad \big(x \in [0, 1]\big).$$

Zeigen Sie:

a) $W^s(0) = [0, 1]$ für $0 < \mu \leq 1$,

b) $W^s(1/2) = (0, 1)$ für $\mu = 2$.

A4: Es seien $(X, d_X), (Y, d_Y)$ metrische Räume und $f : X \to Y$ stetig mit dichtem Bild $f(X)$. Überlegen Sie sich, dass das Bild $f(M)$ jeder in X dichten Menge M dicht in Y ist.