J. Müller SS 2008

20.05.2008

5. Übung zur Approximationstheorie

Ü13: Beweisen Sie: Ist (S,d) ein kompakter metrischer Raum und ist $A \subset C(S)$ eine Algebra, so ist auch $\overline{A} \subset C(S)$ eine Algebra.

Ü14: a) Es sei $\psi : \mathbb{C} \setminus \overline{\mathbb{D}} \to \mathbb{C} \setminus [-1,1]$ die Joukowski-Abbildung, also

$$\psi(w) = \frac{1}{2}\left(w + \frac{1}{w}\right) \qquad (|w| > 1).$$

Zeigen Sie, dass für $R > 1$ die geschlossenen Jordankurven $\Gamma_R := \psi(\{|w| = R\})$ Ellipsen mit den Halbachsen $(R+1/R)/2$ bzw. $(R-1/R)/2$ sind, d.h.

$$\Gamma_R = \left\{ z = x + iy : \frac{x^2}{[(R+1/R)/2]^2} + \frac{y^2}{[(R-1/R)/2]^2} = 1 \right\}.$$

b) Es sei $0 < \alpha < 1$ und $f : \overline{\mathbb{D}} \to \mathbb{C}$ definiert durch

$$f(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu}\alpha^{2\nu+1}}{2\nu+1}\, z^{2\nu+1} \qquad (|z| < 1).$$

Berechnen Sie $R_{f,K}$ für $K = \overline{\mathbb{D}}$ und $K = [-1,1]$.

Ü15: Es seien D, G beschränkte offene Mengen in $\mathbb{K}^d$, und es sei $\psi : D \to G$ homöomorph. Zeigen Sie

$$''\ \psi(w) \to \partial G \qquad \text{für} \qquad w \to \partial D\ '',$$

d.h. für alle $\varepsilon > 0$ existiert ein $\delta > 0$ so, dass

$$\operatorname{dist}(\psi(w), \partial G) < \varepsilon \ \text{ für alle } w \text{ mit } \operatorname{dist}(w, \partial D) < \delta.$$