J. Müller

SS 2008
14.04.2008

0. Übung zur Approximationstheorie

Gruppenübungen

G1: Es sei $(X, \|\cdot\|) = (\mathbb{R}^2, \|\cdot\|_\infty)$. Bestimmen Sie für $x \in \mathbb{R}^2$ die Menge $C_L^*(x)$ der bestapproximierenden Elemente an x aus $L = \mathbb{R} \times \{0\}$.

G2: (Alternantensatz)
Es sei $f \in C([a,b], \mathbb{R})$, und es sei $P \in \mathscr{P}_n$ so, dass $t_0 < \ldots < t_{n+1}$ in A_{f-P} existieren mit

$$f(t_j) - P(t_j) = -(f(t_{j-1}) - P(t_{j-1})) \qquad (j = 1, \ldots, n+1).$$

Zeigen Sie: P ist bestapproximierendes Element an f aus $\mathscr{P}_n$.

G3: (i) Bestimmen Sie $P_n^*(f)$ und $P_n^*(g)$ für $n \in \mathbb{N}_0$ und

$$f = \sin_{|[0,(n+3)\pi]},\ g = f \cdot \chi_{[0,(n+2)\pi]}.$$

(ii) Zeigen Sie: $P_n^*(f-g) \neq P_n^*(f) - P_n^*(g)$.