

Wahrscheinlichkeitsrechnung I (WS 2009/2010)

Übungsblatt 5

Besprechung: 3. Woche

Aufgabe 21

Seien $n, r, s \in \mathbb{N}$.

- (a) Finden Sie im Zusammenhang mit dem *Paradoxon des Chevalier de Méré* in Beispiel 2.42 eine Änderung der Regeln für das Spiel II mit 2 unverfälschten Würfeln, bei der die Bank im Vorteil wäre.
- (b) Jemand betritt einen Raum, in dem sich bereits n Personen aufhalten. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter diesen n Personen mindestens eine Person befindet, die am selben Tag wie die zuletzt eingetretene Person Geburtstag hat. Betrachten Sie in diesem Zusammenhang auch das *Geburts-tagsproblem* in Beispiel 2.43.
- (c) r rote und s schwarze Würfel sollen sukzessive rein zufällig nacheinander in eine Reihe geordnet werden. Berechnen Sie unter der Voraussetzung $r \geq 2$ die Wahrscheinlichkeit, dass sich in den 2 Positionen an beiden Enden der Reihe eine rote Kugel befindet. Finden Sie mindestens 3 Lösungswege.

Aufgabe 22 (Lotto 6aus49)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit einem Tipp beim *Lotto 6aus49*

- (a) genau k Richtige, $k = 0, \dots, 6$, und
- (b) genau k Richtige mit Zusatzzahl, $k = 0, \dots, 5$, zu erzielen.

Aufgabe 23 (Gedächtnislosigkeit der geometrischen Verteilung)

Seien (Ω, P) der durch $\Omega = \mathbb{N}_0$ und $P = G(p)$, $p \in (0, 1)$, definierte diskrete Wahrscheinlichkeitsraum. Zeigen Sie: Für $m, n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$P(\{m+n\} | \{k \in \Omega : k \geq n\}) = P(\{n\}).$$

Aufgabe 24 (Definition 3.8 und Beispiel 3.9, Simpson-Paradoxon)

Konstruieren Sie eine Hochschule mit zwei zulassungsbeschränkten Fächern F_1 und F_2 und je 100 weiblichen und männlichen Bewerbern (für beide Fächer zusammen), sodass in jedem Fach die Annahmquote für Frauen größer ist als für Männer, insgesamt aber mehr Männer als Frauen angenommen werden. Erklären Sie dieses Phänomen mit dem *Simpson-Paradoxon*.

Aufgabe 25 (Satz 3.14, allgemeine Multiplikationsregel)

Seien (Ω, P) ein diskreter Wahrscheinlichkeitsraum, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$ und $A_1, \dots, A_n \subset \Omega$ mit der Eigenschaft $P(A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}) > 0$. Zeigen Sie:

$$P(A_1 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}).$$